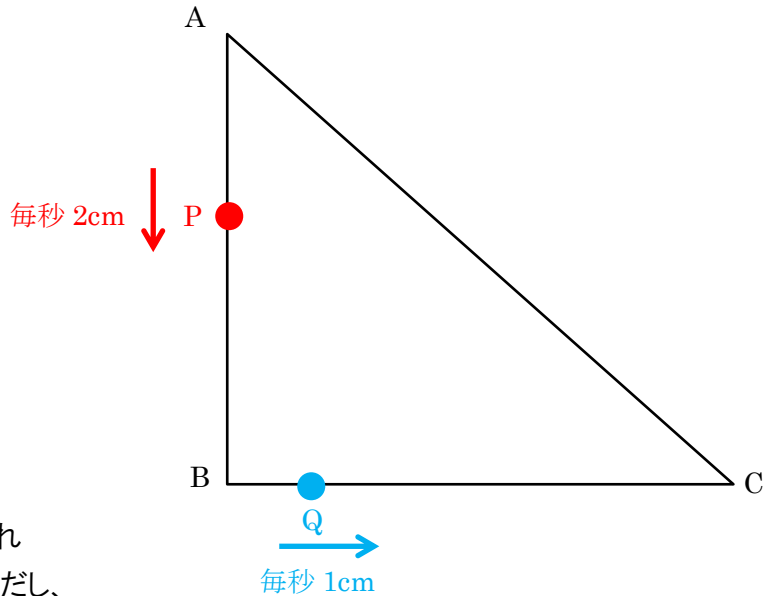


- ★ 目標 40 点
- ★★ 目標 60 点
- ★★★ 目標 80 点

いわゆる「動点」問題です。  
図形上の点(もしくは図形自体)が、  
時間とともに移動し、  
その時々によって変わる  
図形の面積などを調べます。

この問題では、点 P, 点 Q がそれぞれ  
異なる位置から、異なる速さで動きだし、  
その時々での  $\triangle APQ$  の面積について考えます。



動点問題のポイントは、**時間帯によって図形の形や状態がどのように変わるか**をつかむこと。  
また、その**変わり目の時間**をつかむことです。

多くの問題では、動き出してから  $x$  秒後の図形の面積を  $y$  とするので、 $x$  の変域 ( $\blacksquare \leq x \leq \blacklozenge$ ) や、  
グラフの曲がりどころに注目すると変わり目の時間が分かります。

この問題では、(2)で与えられる変域から、6 秒後が変わり目の時間と分かります。

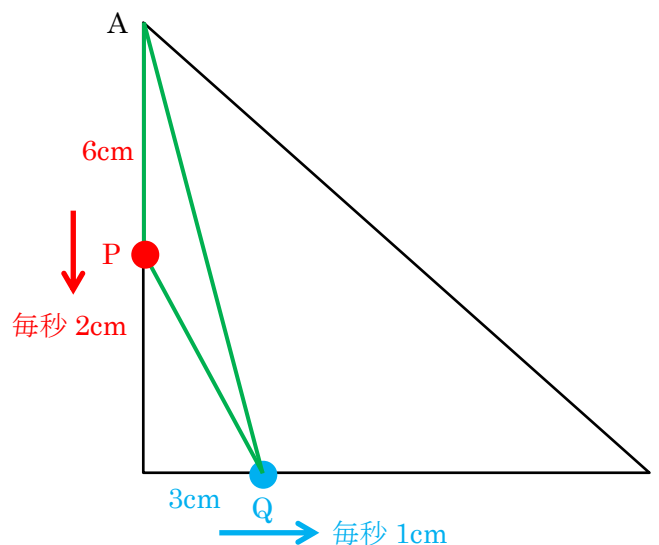
(1)★ 3 秒後の位置を考えてみましょう

点 P は毎秒  $2\text{cm} \times 3$  秒で、 $AP = 6\text{cm}$

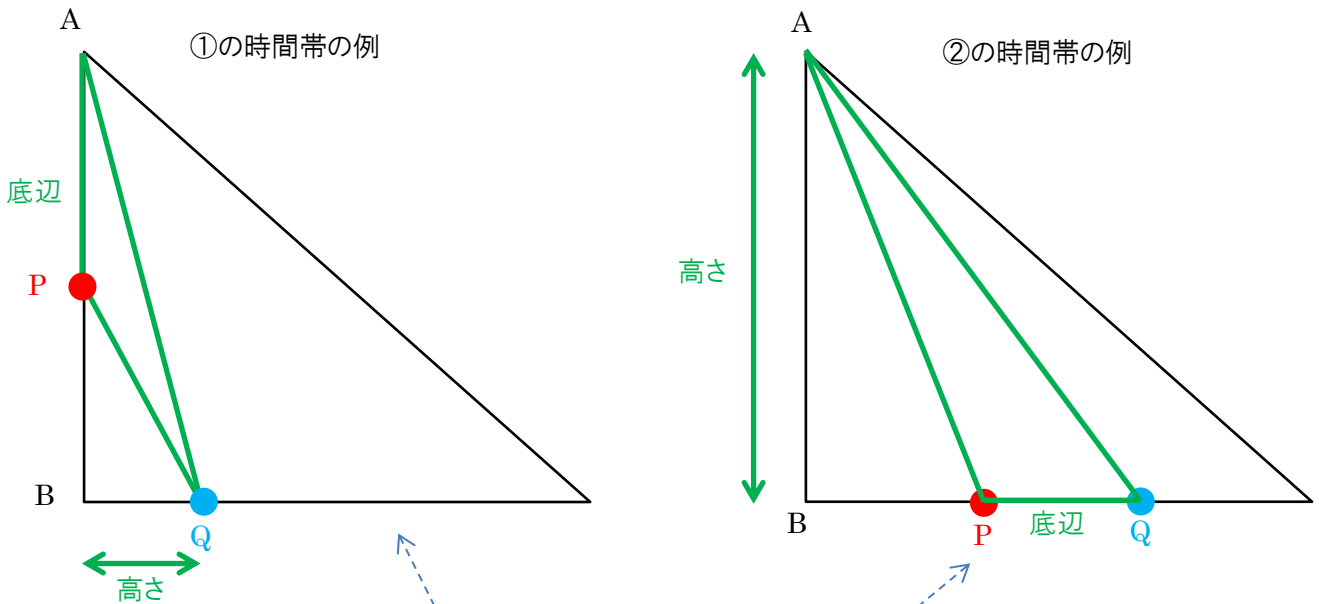
点 Q は毎秒  $1\text{cm} \times 3$  秒で、 $BQ = 3\text{cm}$   
の位置に移動します。

したがって、 $\triangle APQ$  の面積は、  
辺 AP を底辺として、

$$\triangle APQ = 6 \times 3 \div 2 = 9 \quad 9\text{cm}^2$$



(2)★★ ①  $0 \leq x \leq 6$  と、②  $6 \leq x \leq 12$  とで、**図形の形や状態がどのように変わるか**については、具体的な時間で、**点 P, 点 Q** の位置や  $\triangle APQ$  を書いてみると分かるでしょう。



点 P が辺 AB 上を動く、①  $0 \leq x \leq 6$  の時間帯は、  
 $\triangle APQ$  の面積は 底辺  $\rightarrow$  AP 高さ  $\rightarrow$  辺 AB と点 Q の距離 = 点 Q の移動距離 となり、

点 P が辺 BC 上を動く、②  $6 \leq x \leq 12$  の時間帯は、  
 $\triangle APQ$  の面積は 底辺  $\rightarrow$  PQ 高さ  $\rightarrow$  頂点 A と辺 PQ との距離 = AB = 12cm となります。

### 解答

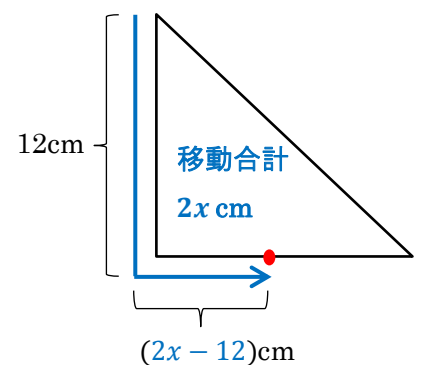
① 底辺 AP  $\rightarrow$  点 P が  $x$  秒間に進んだ距離  $\rightarrow$  毎秒 2cm  $\times x$  秒 =  $2x$   
 高さ  $\rightarrow$  点 Q が  $x$  秒間に進んだ距離  $\rightarrow$  毎秒 1cm  $\times x$  秒 =  $x$

$$\triangle APQ \text{ の面積 } y = 2x \times x \div 2 = x^2 \quad y = x^2 (0 \leq x \leq 6)$$

② 底辺 PQ  $\rightarrow$   $PQ = BQ - BP = (\text{毎秒 } 1\text{cm} \times x \text{ 秒}) - (\text{毎秒 } 2\text{cm} \times x \text{ 秒} - 12\text{cm})$   
 $PQ = x - (2x - 12) = 12 - x$   
 高さ  $\rightarrow$  AB = 12cm

$$\triangle APQ \text{ の面積 } y = (12 - x) \times 12 \div 2$$

$$y = -6x + 72 (6 \leq x \leq 12)$$



(3)★★★

(2)で作った2つの式から、 $y = 16$  となるような  $x$  の値を探す。

①  $0 \leq x \leq 6$  のとき  $16 = x^2$  より  $x = \pm 4$      $0 \leq x \leq 6$  より  $x = 4$

②  $6 \leq x \leq 12$  のとき  $16 = -6x + 72$  より  $x = \frac{56}{6} = \frac{28}{3}$     ( $6 \leq x \leq 12$  に当てはまる)

したがって、 $\triangle APQ$  の面積が  $16\text{cm}^2$  となるのは、4 秒後と  $\frac{28}{3}$  秒後

(計算結果がそれぞれの変域に当てはまるかどうかの確認を忘れないように！)

動点や図形の移動の問題は、二年に一度程度出題されます。

平成 22 年度[4] 平成 24 年度[5] 平成 26 年度[6] もやっておきましょう。